

Guía de Aprendizaje de Dinámica para Ingeniería

La Dinámica es una rama fundamental de la mecánica que se enfoca en el estudio del **movimiento de los cuerpos acelerados** en el espacio y el tiempo, con respecto a un **marco de referencia**. Se divide en dos campos principales: la Cinemática y la Cinética. La mecánica, en general, se considera una **ciencia aplicada** que busca explicar y predecir fenómenos físicos para establecer las bases de las aplicaciones de ingeniería.

¿Qué campo de la dinámica es más adecuado para el análisis de movimiento?



Cinemática

Se enfoca en la geometría del movimiento



Cinética

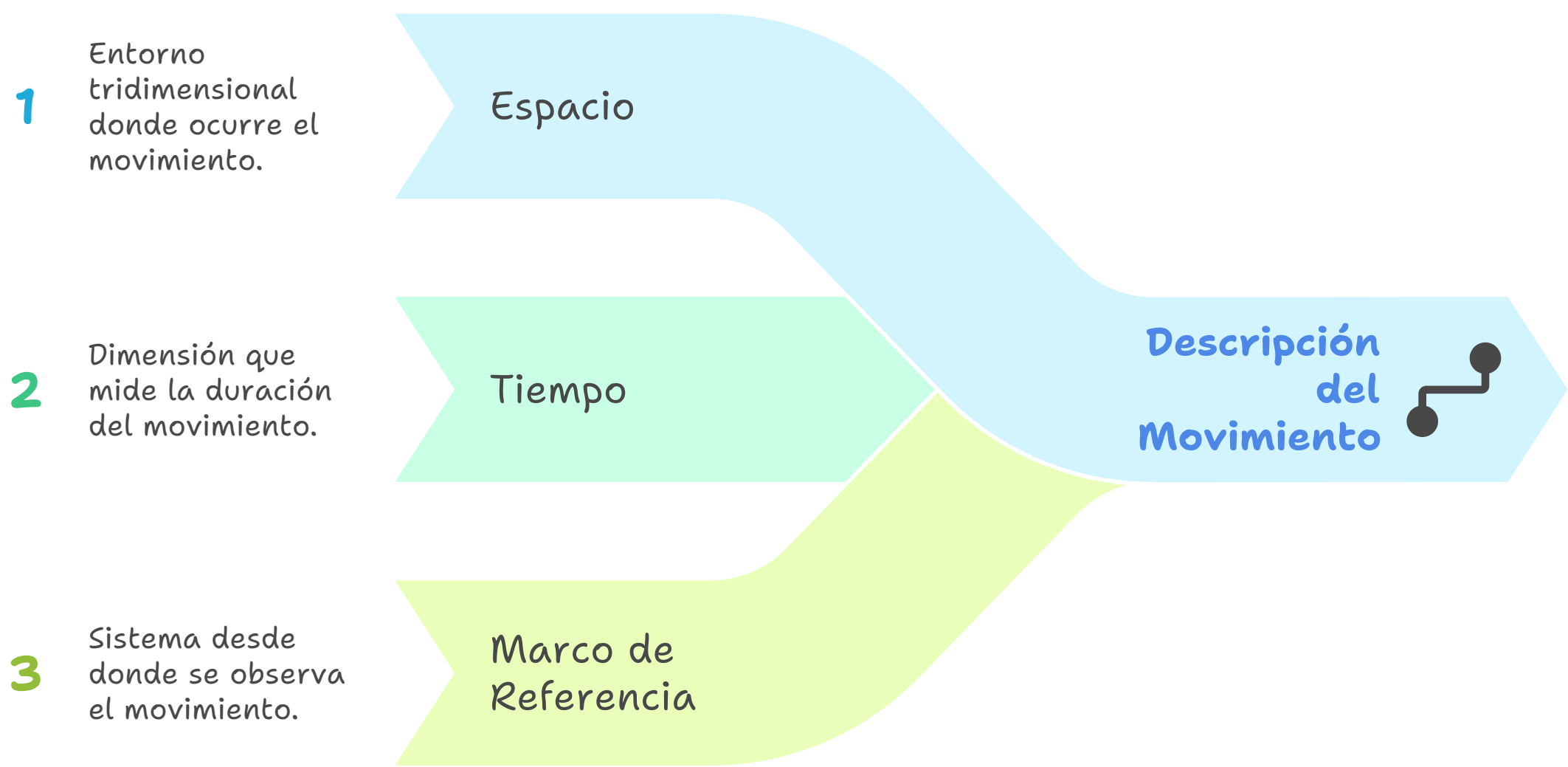
Se enfoca en las fuerzas que causan el movimiento

Made with  Napkin

I. Cinemática: La Geometría del Movimiento

La Cinemática, también conocida como la **geometría del movimiento**, se dedica a **relacionar los aspectos geométricos del movimiento con consideraciones de espacio y tiempo**, en un marco de referencia particular, **sin considerar las causas** (fuerzas) que originan dicho movimiento.

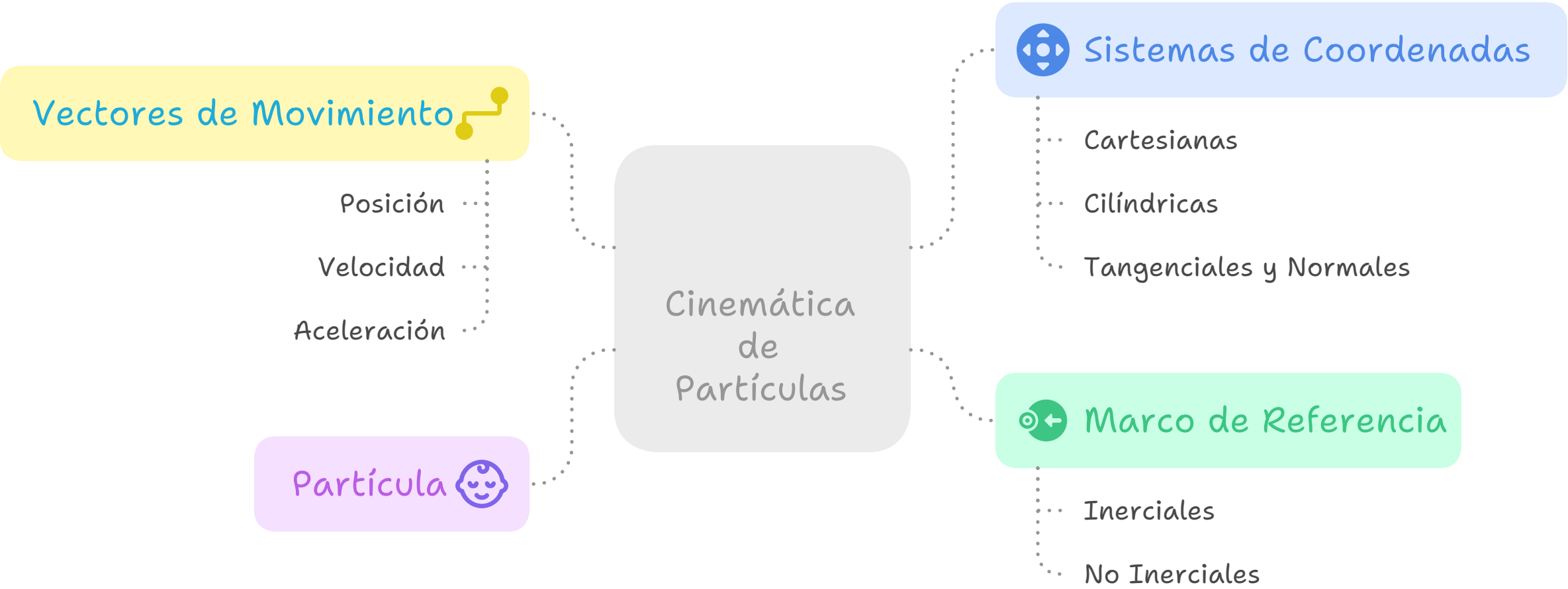
Elementos Fundamentales de la Cinemática



Made with  Napkin

1. **Conceptos Fundamentales de Cinemática de Partículas:**
- **Marco de Referencia:** Es esencial para definir el movimiento. La descripción del movimiento está **intrínsecamente ligada al marco de referencia** en el que se toma la derivada. Pueden ser inerciales [Galileanos, Newtonianos, astronómicos, primarios] o no inerciales. En la mecánica Newtoniana, el espacio, el tiempo y la masa son conceptos absolutos e independientes entre sí.
 - **Partícula (Punto Material):** Se refiere a una porción de materia suficientemente pequeña como para no requerir distinción entre las localizaciones de sus puntos materiales.
 - **Vectores de Posición, Velocidad y Aceleración:**
 - **Posición (r):** Un vector que localiza un punto material P en relación con un origen O en el marco de referencia.
 - **Velocidad (v):** La **tasa de cambio del vector de posición** con respecto al tiempo. La magnitud de la velocidad se denomina **rapidez**. La velocidad de un punto *depende de la elección del marco de referencia, pero no del origen* seleccionado para el vector de posición.
 - **Aceleración (a):** La **tasa de cambio del vector velocidad** con respecto al tiempo. Las leyes que relacionan fuerzas y movimientos no implican derivadas de orden superior a la segunda.
 - **Sistemas de Coordenadas:**
 - **Cartesianas (Rectangulares):** Posición, velocidad y aceleración se expresan en términos de componentes [x, y, z] a lo largo de ejes fijos.
 - **Cilíndricas:** Útiles cuando la proyección de un punto sobre un plano se describe mejor con coordenadas polares (r y θ), añadiendo una coordenada axial (z).
 - **Tangenciales y Normales:** La aceleración de un punto puede descomponerse en una componente tangencial [s] que representa la tasa de cambio de la magnitud de la velocidad [rapidez], y una componente normal [sn] que refleja la tasa de cambio de la dirección del vector velocidad. El radio de curvatura (ρ) es clave para la componente normal ($a_N = v^2/\rho$).
 - **Derivada Vectorial:** Un vector puede cambiar con el tiempo de dos maneras: **en dirección y en magnitud**, lo que significa que la derivada está **intrínsecamente ligada al marco de referencia** en el que se toma. Si los vectores unitarios tienen direcciones fijas en un marco de referencia, sus derivadas son cero.

Conceptos Fundamentales de Cinemática de Partículas



1. Cinemática del Cuerpo Rígido (Movimiento Plano):

- **Cuerpo Rígido:** Un cuerpo cuyas partículas **mantienen distancias fijas entre sí** durante el movimiento.
- **Movimiento Plano:** Todos los puntos de un cuerpo se mueven en **planos paralelos a un plano de referencia fijo**. Conocer la posición de dos puntos del plano de referencia permite conocer la posición de todo el cuerpo.
- **Velocidad Angular (ω):** Un vector que describe la rotación de un cuerpo rígido. Su magnitud se llama **rapidez angular**.
- **Aceleración Angular (α):** La derivada de la velocidad angular con respecto al tiempo.
- **Centro Instantáneo de Velocidad Nula (CI):** Un punto especial del cuerpo rígido [o su extensión rígida] que tiene **velocidad nula** en un instante dado. Puede simplificar el cálculo de velocidades. Sin embargo, el CI **no siempre tiene aceleración cero** a menos que sea un pivote fijo.
- **Relación entre Velocidades de Puntos:** Para dos puntos P y Q de un cuerpo rígido, las componentes de velocidad a lo largo de la recta que los une deben ser iguales.
- **Rodamiento:** Es un tipo de movimiento donde la cinemática se relaciona estrechamente con la geometría.

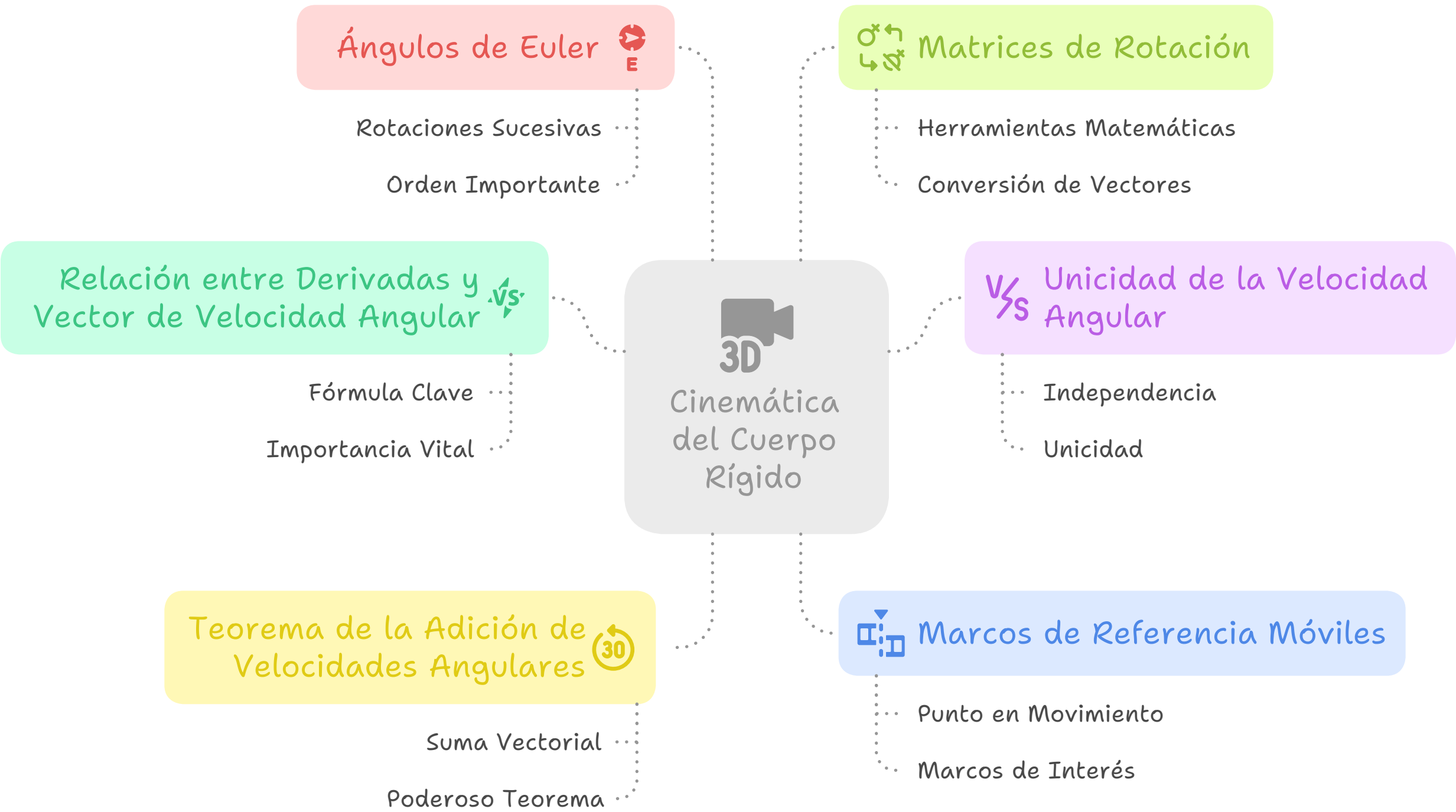
Cinemática del Cuerpo Rígido: Conceptos y Relaciones



1. Cinemática del Cuerpo Rígido (Movimiento Tridimensional):

- **Relación entre Derivadas y Vector de Velocidad Angular:** Una fórmula clave permite calcular la derivada de cualquier vector Q en un marco de referencia $[J]$ si se expresa en términos de vectores base fijos en otro marco $[B]$, añadiendo un producto cruz de la velocidad angular relativa $(\omega_{B/J})$ con Q . Esta fórmula es de **vital importancia**.
- **Unicidad de la Velocidad Angular:** El vector de velocidad angular es **único** y no depende de la elección de los vectores base.
- **Teorema de la Adición de Velocidades Angulares:** La velocidad angular de un marco con respecto a otro es la suma vectorial de las velocidades angulares relativas a marcos intermedios, siendo un teorema **extremadamente poderoso**.
- **Marcos de Referencia Móviles:** Útil cuando un punto se mueve con respecto a dos marcos de interés, como un pasador deslizándose en la ranura de un cuerpo en movimiento.
- **Ángulos de Euler (Φ, θ, Ψ) :** Un conjunto de **tres rotaciones sucesivas** que describen la orientación de un cuerpo rígido en el espacio. La **integración de las ecuaciones para obtenerlos es una tarea enorme** y usualmente requiere métodos numéricos debido a la complejidad de la dependencia de la velocidad angular con los ángulos. El **orden de las rotaciones es importante**.
- **Matrices de Rotación:** Herramientas matemáticas para "convertir" un vector de un marco a otro.

Cinemática del Cuerpo Rígido en 3D



Made with Napkin

II. Cinética: Las Causas del Movimiento

La Cinética es la rama de la mecánica que **relaciona las fuerzas y momentos con el movimiento** de tal manera que se puedan predecir sus efectos en un marco de referencia predeterminado. Requiere la noción de masa y fuerza como fundamentales.

1. Leyes de Newton y Euler:

- **Leyes de Newton:** Punto de partida usual para relacionar fuerzas externas y el movimiento resultante.

- **Primera Ley (Principio de Inercia):** Un cuerpo en reposo o movimiento rectilíneo uniforme permanece así a menos que una fuerza actúe sobre él.
- **Segunda Ley:** La fuerza resultante es proporcional a la derivada respecto al tiempo de la cantidad de movimiento $[mv]$, o $F = ma$. El movimiento del centro de masa de cualquier cuerpo [rígido o no] está regido por una ecuación idéntica en forma a la segunda ley de Newton para una partícula.
- **Tercera Ley (Acción y Reacción):** Cuando una partícula ejerce una fuerza sobre otra, esta última ejerce una fuerza de igual intensidad y dirección pero sentido contrario sobre la primera.
- **Leyes de Euler:** Fueron introducidas por Leonhard Euler más de 50 años después de Newton para considerar los tamaños reales de los cuerpos y la distribución de su masa.
 - La Primera Ley de Euler rige el movimiento del centro de masa.
 - La Segunda Ley de Euler rige el **movimiento rotacional de un cuerpo rígido**. Se expresa en términos de la cantidad de movimiento angular.
- **Diagrama de Cuerpo Libre (FBD):** Es **indispensable** para formular correctamente las ecuaciones de movimiento, identificando el cuerpo, todas las fuerzas y pares externos que actúan sobre él, y sus líneas de acción.

2. Propiedades de Inercia de la Masa:

- **Momento de Inercia (I):** Mide la **resistencia de un cuerpo a acelerarse angularmente** respecto a un eje. Es una medida de "cuánta y cuán lejos está localizada la masa" respecto a un eje. Siempre es positivo.
- **Producto de Inercia (I_{xy} , I_{xz} , I_{yz}):** Mide la **asimetría de la distribución de masa** con respecto a los planos coordenados.
- **Teorema de los Ejes Paralelos:** Permite calcular los momentos y productos de inercia respecto a ejes paralelos que pasan por el centro de masa, sin necesidad de nuevas integraciones. Solo se puede transferir *desde el centro de masa C*.
- **Radio de Giro (k):** Una medida de la distribución de la masa, mínimo en el centro de masa.
- **Ejes Principales y Momentos Principales de Inercia:** En cualquier punto de un cuerpo rígido, siempre es posible encontrar un conjunto de ejes rectangulares tales que **los productos de inercia respecto a esos ejes sean cero**. Los momentos de inercia con respecto a ellos se denominan **momentos principales de inercia**. El mayor y el menor de los momentos principales de inercia son el mayor y el menor momento de inercia asociados a cualquier eje que pase por el punto considerado.

3. Principios de Impulso y Cantidad de Movimiento:

- **Cantidad de Movimiento (Momentum) Lineal ($L = mv$):** Es la masa multiplicada por la velocidad. El **impulso de las fuerzas externas** impartido a cualquier sistema es **igual a su cambio en la cantidad de movimiento** en el mismo intervalo de tiempo.
- **Cantidad de Movimiento (Momentum) Angular (H):** El momento de la cantidad de movimiento lineal. La integral del momento de las fuerzas externas es **igual al cambio en la cantidad de movimiento angular**.
- **Conservación de la Cantidad de Movimiento:** Si el impulso angular neto es cero, la cantidad de movimiento angular se conserva.
- **Impacto o Choque:** Se refiere a interacciones de cuerpos durante un intervalo breve, donde las fuerzas impulsivas producen cambios repentinos en velocidades.
 - **Coeficiente de Restitución (e):** Mide la capacidad de los cuerpos en colisión para rebotar. Un valor de 0 indica que los cuerpos se quedan pegados, y 1 que no hay pérdida de energía.
- **Centro de Percusión:** Un punto especial en un cuerpo rígido en movimiento plano donde, al golpear, la reacción transversal en el pivote es cero.

4. Principios de Trabajo y Energía:

- **Trabajo (W):** La energía transferida por una fuerza o un par a un cuerpo cuando se mueve. Es la integral de la potencia.

- El trabajo de un **par constante** en movimiento plano es simplemente el momento del par multiplicado por el ángulo de giro.
- El trabajo de la **gravedad** es mg multiplicado por el cambio en altura $[mgh]$, si la dirección de z es hacia abajo.
- El trabajo de un **resorte lineal** es el negativo del cambio en la energía almacenada en él.
- **Energía Cinética (T)**: La energía asociada al movimiento de un cuerpo. Se define como la suma de $\frac{1}{2}[dm]v^2$ sobre todos los elementos de masa.
 - Para un **cuerpo rígido en movimiento plano**, la energía cinética total es la **suma de la energía cinética de traslación** de su centro de masa $[\frac{1}{2}mvC^2]$ y la **energía cinética de rotación** alrededor de su centro de masa $[\frac{1}{2}IC\omega^2]$.
 - Para el **movimiento tridimensional**, la energía cinética también se expresa como la suma de la energía cinética de traslación del centro de masa y la energía cinética de rotación alrededor del centro de masa, donde el término rotacional involucra el producto punto de la velocidad angular y el momento angular.
- **Principio de Trabajo y Energía Cinética ($W = \Delta T$)**: El trabajo realizado por las fuerzas y pares externos sobre un cuerpo rígido es **igual al cambio en su energía cinética**. Este principio es válido si el cuerpo es rígido o si es un sistema de cuerpos rígidos sin fricción interna.
- **Fuerzas Conservativas y Energía Potencial (Φ)**: Las fuerzas conservativas permiten definir una función de energía potencial. Si todas las fuerzas externas que realizan trabajo son conservativas, la **energía mecánica total ($T + \Phi$)** se conserva. La fuerza de fricción no es conservativa.
- **Potencia (P)**: La **tasa de trabajo**, definida como el producto punto de la fuerza con la velocidad de su punto de aplicación, y el producto punto del par con la velocidad angular del cuerpo.

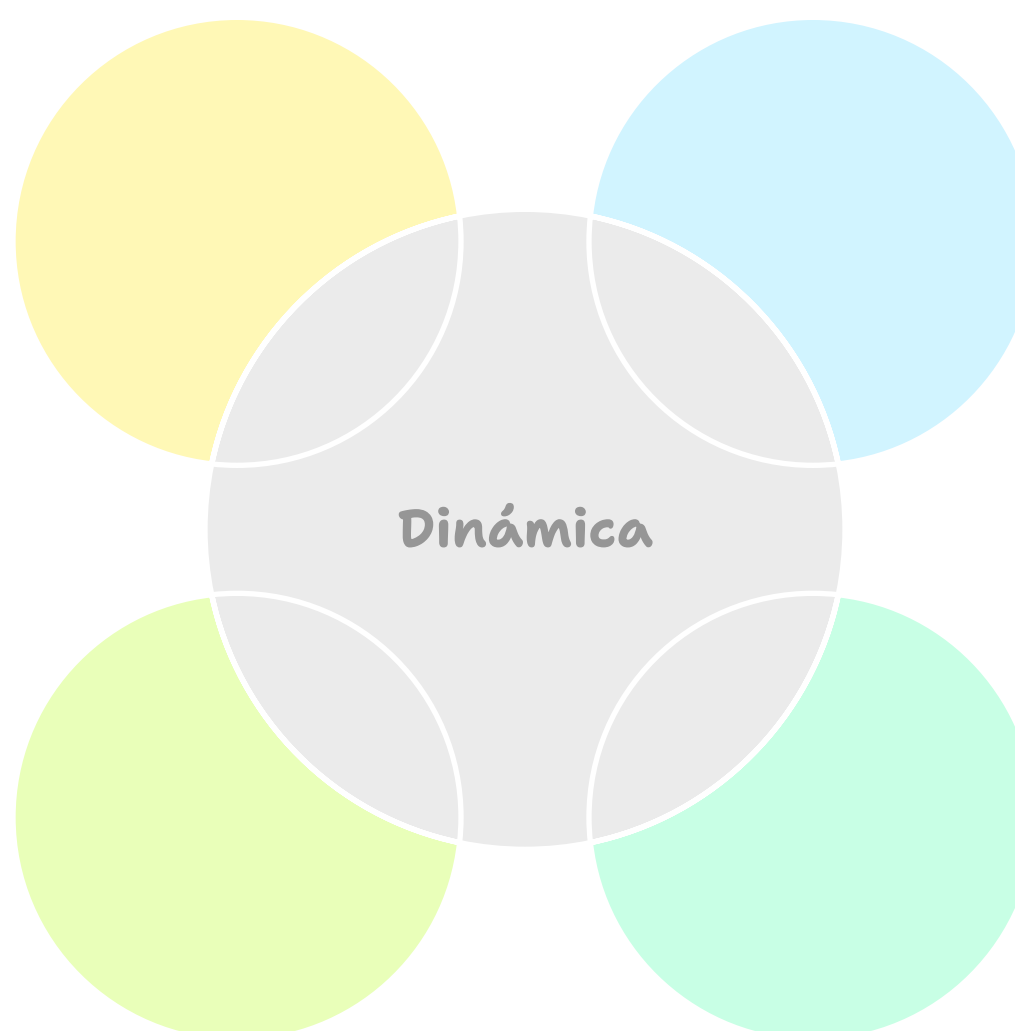
Fundamentos de la Dinámica

Principios de Trabajo y Energía

Principios que relacionan la energía transferida con el movimiento y las fuerzas.

Principios de Impulso y Cantidad de Movimiento

Conceptos que relacionan fuerzas con cambios en el movimiento a lo largo del tiempo.



Leyes de Newton y Euler

Principios fundamentales que rigen el movimiento y la interacción de fuerzas.

Propiedades de Inercia de la Masa

Medidas de la resistencia de un cuerpo a los cambios en el movimiento rotacional.

III. Temas Especiales

1. Vibraciones:

- **Vibración:** Describe las **oscilaciones de un sistema mecánico**.
- **Vibración Libre:** Movimiento de un sistema sin fuerzas externas después de una perturbación inicial. Se describe por ecuaciones diferenciales homogéneas. La **frecuencia natural (ω_n)** es la frecuencia a la que un sistema oscila libremente.
- **Vibración Amortiguada:** Incluye la disipación de energía (e.g., por fricción). La respuesta puede ser sobreamortiguada, críticamente amortiguada o subamortiguada. El desplazamiento tiende a cero con el tiempo. El caso **subcrítico** es el de mayor importancia práctica.
- **Vibración Forzada:** Resulta de fuerzas externas fluctuantes, a menudo periódicas.
 - **Resonancia:** Ocurre cuando la frecuencia de la fuerza externa se acerca a la frecuencia natural del sistema, lo que puede provocar **amplitudes de vibración muy grandes y potencialmente destructivas**.
 - El desequilibrio de maquinaria rotatoria es una fuente común de carga externa armónica.

Explorando la Dinámica de las Vibraciones

